

# 透過・屈折を伴う波動伝播に対する数学的散乱理論

関連するSDGsの国際目標



工学部 機械システム工学科 教授 門脇 光輝  
研究分野 : 数学、特に解析学

概要：透過・屈折を伴う波動伝播に対する数学的散乱理論を主な研究テーマとしている。数学的散乱理論とは、原子や障害物などの散乱体に向けて電子や音波を入射したときに散乱体によって発生する球面波(散乱波)の様子から散乱体の特性などを研究する物理学における散乱理論の数学的定式化である。

## ■透過・屈折を伴う波動伝播に対する散乱理論

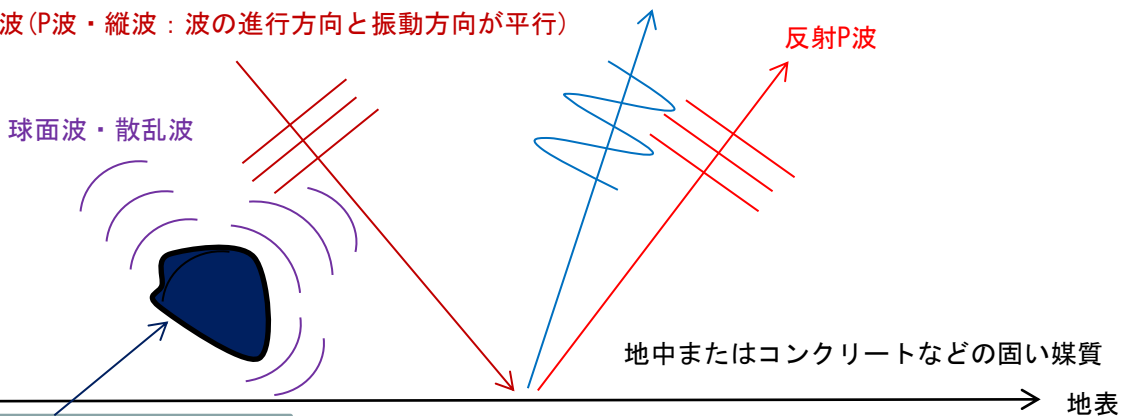
単一媒質が占め、かつ境界のない無限領域(全空間)に散乱体を仮定した問題(量子力学におけるポテンシャル散乱や音波による物体散乱)に対する数学的散乱理論では多くの優れた研究成果がある。これは数学的に完成度が高いフーリエ解析(正確にはフーリエ積分)が適用できることに起因する。フーリエ解析は平面波解析と言ってよく、透過・屈折波が発生しない現象に対しては有効である。しかし、異なる媒質が占める領域または無限境界を持つ領域に散乱体を仮定した問題では、散乱体がない状態でも透過・屈折現象が起こることから通常のフーリエ解析の直接の適用が困難である。そのため、既存のフーリエ解析の見直しが必要とされる。

研究は具体的な波動伝播に対してなされる。その中で二層媒質中の音響波動伝播が最もシンプルなモデルである。これに対して既に研究成果を得ている。具体的には物理学における散乱理論でよく目にする議論、すなわち散乱体に波を入射した際に起こる波動伝播の様子が、入射波とそれに付随する波(層や境界による反射波と透過・屈折波)および散乱体による球面波との重ね合わせによって表現できることの数学的定式化をおこなった。今後は、これまでの研究で得た知見を生かして、さらに幾つかの具体的な波動伝播に対して、それぞれの伝播特性を反映した研究成果をあげることを目指している。その中で、現在、半無限領域(半空間)における弾性波動伝播(地震波)に対する研究に取り組んでいる。この波動伝播は媒質(地中)から境界(地表)へのP(縦)波[S(横)波]入射に対して発生する反射P波と反射S(横)波[反射S波と反射P波]と、これらとは独立して発生する境界(地表)を伝わるR(レイリー)波からなる。なお、以下にイメージで示す境界への入射P波に対する反射S波は、透過・屈折波と同じ性質を持つ(このことは入射S波に対する反射P波に対しても同様である)。研究はP波、S波、R波をある意味一括して扱うことが研究上の肝となる。

本研究は、数値解析によって散乱理論を考察する際の数学的お膳立て・後ろ盾にもなる。ちなみにポテンシャル散乱や物体散乱に対しては、既にこの数学的定式化が行われている。しかし、本研究対象の波動伝播については、工学的な立場では数値解析などで扱われているものの、透過・屈折波の存在により数学的解析は十分ではない状況にある。

反射S波(S波・横波：波の進行方向と振動方向が垂直)

入射P波(P波・縦波：波の進行方向と振動方向が平行)



散乱体：異なる媒質、欠損など

半無限領域で散乱体を仮定した弾性波の伝播のイメージ